

التمرين الأول: (04 نقاط)

.  $u_2 + u_5 = 34$  و  $u_0 + u_3 = 18$  حيث  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية

(1) أوجد الحد الأول  $u_0$  والأساس  $r$  لهذه المتتالية.

(2) أكتب الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  ثم أوجد العدد الطبيعي  $n$  بحيث  $S_n = 250$ .

التمرين الثاني : (07 نقاط)

.  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$  و  $u_0 = 6$  كما يلي:  $\mathbb{N}$  المتتالية المعرفة على

(1) ارسم في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

.  $y = x$  و  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة

(أ) مثل على محور الفواصل الحدود :  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  و  $u_4$  دون حسابها ، مبرزاً خطوط الرسم.

(ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

(2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة :  $v_n = u_n + \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

(أ) عين  $\alpha$  حتى تكون  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  و حدها الأول  $v_0$ .

(ب) عبر عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(ج) أدرس اتجاه تغير  $(u_n)$  و تحقق من صحة تخمينك.

(د) بين أن المتتالية  $(v_n)$  متقاربة ثم عين نهاية  $(u_n)$ .

(هـ) أحسب بدلالة  $n$ ، المجموع  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ .

(و) استنتج بدلالة  $n$ ، المجموع  $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$ABCD$  متوازي أضلاع .

لتكن النقطتين  $E$  و  $F$  المعرفتين كما يلي:  $F$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A;2), (B;5)\}$  و  $3\vec{EC} + 4\vec{ED} = \vec{0}$

(1) أثبت أن  $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{CE} = \frac{4}{7}\overrightarrow{CD}$  ثم أنشئ النقطتين  $E$  و  $F$ .

(2) لتكن النقطة  $G$  منتصف القطعة المستقيمة  $[EF]$  أثبت أن:  $2\overrightarrow{GA} + 5\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} + 4\overrightarrow{GD} = \vec{0}$

(3) نقطة  $M$  من المستوي و  $\vec{u}$  ،  $\vec{v}$  شعاعان حيث:  $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MD}$

$$\vec{v} = 2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} - 4\overrightarrow{MD}$$

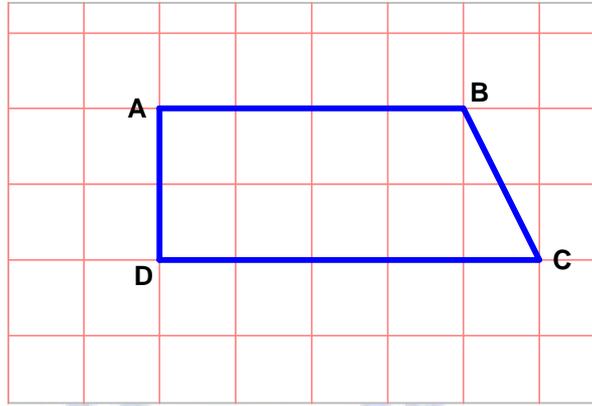
أ) عبر عن الشعاع  $\vec{u}$  بدلالة  $\overrightarrow{MG}$ .

ب) بين أن الشعاع  $\vec{v} = 7\overrightarrow{EF}$ .

(4) عين وأنشئ مجموعة النقط  $M$  بحيث:  $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ .

التمرين الرابع: (04 نقاط)

$ABCD$  شبه منحرف حيث:  $AB = 4$ ،  $AD = 2$ ، و  $DC = 5$ .



(1) أحسب الجداءات السلمية التالية:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ،  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CB}$ ،  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB}$ .

(2) بعد حساب  $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}$ ، استنتج قسماً للزاوية  $\hat{DCB}$ .

(3) برهن أن المستقيمين  $(CB)$  و  $(DB)$  متعامدان:

• باستخدام الشعاعين  $\overrightarrow{CB}$  و  $\overrightarrow{DB}$ .

• باستخدام الإحداثيات  $D(0;0)$ ،  $C(5;0)$ ،  $B(4;2)$ .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد

وزارة التربية الوطنية

السنة الدراسية: 2017 – 2018

تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم: 02

عدد الصفحات: 04

المادة : رياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المستوى : 2 ثانوي

إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
كاملة	مجزأة		
04 ن		$\begin{cases} u_0 + u_3 = 18 \\ u_2 + u_5 = 34 \end{cases}$ <p>بالتعويض في الجملة</p> $\begin{cases} u_2 = u_0 + 2r \\ u_3 = u_0 + 3r \\ u_5 = u_0 + 5r \end{cases}$ <p>(1) لدينا</p> $\begin{cases} 2u_0 + 3r = 18 \\ 2u_0 + 7r = 34 \end{cases}$ <p>نجد</p> <p>ومنه <math>u_0 = 3</math> و <math>r = 4</math>.</p> <p>(2) عبارة الحد العام <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math>: <math>u_n = 4n + 3</math>.</p> <p>(3) <math>S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = n(2n + 5)</math></p> <p><math>S_n = 250</math> تكافئ <math>n(2n + 5) = 250</math></p> <p>أي <math>2n^2 + 5n - 250 = 0</math> ومنه <math>n = 10</math>.</p>	التمرين الأول
	02 ن		
	0.5 ن		
	0.75 ن		
	0.75 ن		
07 ن		<p>(<math>u_n</math>) المتتالية المعرفة على <math>\mathbb{N}</math> كما يلي: <math>u_0 = 6</math> و <math>u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}</math>.</p> <p>(1) رسم المنحنى (<math>C_f</math>) الممثل للدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ:</p> $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ <p>والمستقيم (<math>\Delta</math>) ذو المعادلة <math>y = x</math>:</p> <p>(أ) تمثيل الحدود: <math>u_0, u_1, u_2, u_3, u_4</math>.</p> <p>(ب) التخمين: يظهر أن المتتالية (<math>u_n</math>) متناقصة ومتقاربة نحو العدد <math>\frac{2}{3}</math>.</p> <p>(2) <math>v_n = u_n + \alpha</math></p> <p>(أ) <math>v_{n+1} = u_{n+1} + \alpha = u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3} + \alpha = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{3} + 2\alpha\right)</math></p> <p>تكون (<math>v_n</math>) متتالية هندسية من أجل <math>\frac{2}{3} + 2\alpha = \alpha</math> أي <math>\alpha = -\frac{2}{3}</math>.</p>	التمرين الثاني
	0.5 ن		
	01 ن		
	0.5 ن		
	01.5 ن		

ن 0.5

الأساس  $q = \frac{1}{2}$  و حدها الأول  $v_0 = \frac{16}{3}$ .

ن 0.5

(ب) عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ :  $v_n = \frac{16}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

ن 0.5

عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ :  $u_n = \frac{16}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{3}$

ن 0.25

(ج)  $u_{n+1} - u_n = -\frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n < 0$  ومنه المتتالية  $(u_n)$  متناقصة .

ن 0.25

(د) بما أن  $q = \frac{1}{2} \in ]-1; 1[$  فإن المتتالية  $(v_n)$  متقاربة نحو 0 .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( v_n + \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3}$$

ن 0.75

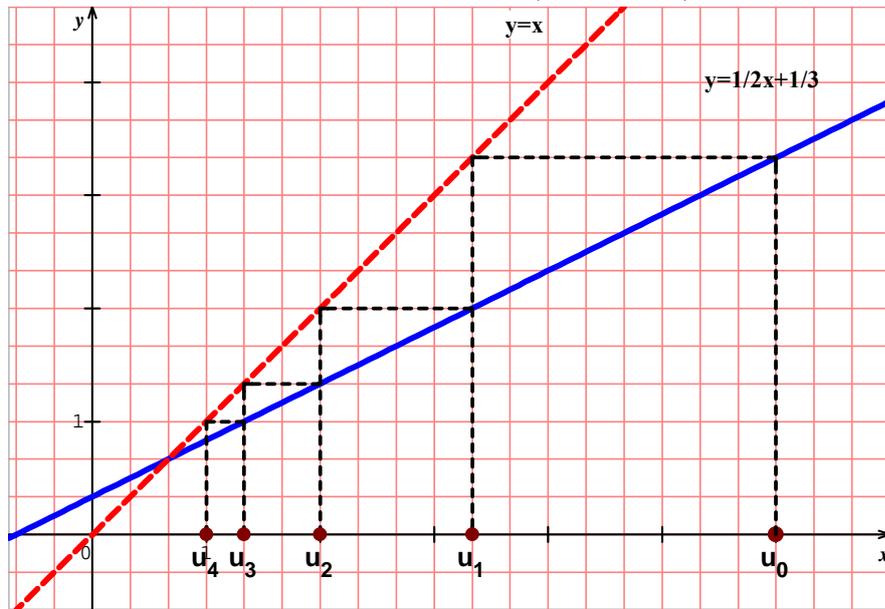
$$S = v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \left( \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right) \quad (\text{هـ})$$

$$= \frac{16}{3} \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = \frac{32}{3} \left( 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right)$$

ن 0.75

$$S' = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + \frac{2}{3}(n+1) \quad (\text{و})$$

$$= \frac{32}{3} \left( 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right) + \frac{2}{3}(n+1)$$



ن 05

ن 0.5

(1)  $F$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A;2), (B;5)\}$  معناه  $2\vec{FA} + 5\vec{FB} = \vec{0}$

التمرين

الثالث

ن 0.5

$$\vec{AF} = \frac{5}{7}\vec{AB} \text{ ومنه } 2\vec{FA} + 5\vec{FA} + 5\vec{AB} = \vec{0} \text{ أي}$$

$$3\vec{EC} + 4\vec{EC} + 4\vec{CD} = \vec{0} \text{ تكافئ } 3\vec{EC} + 4\vec{ED} = \vec{0}$$

ن 0.5

$$\text{ ومنه } \vec{CE} = \frac{4}{7}\vec{CD}$$

إنشاء النقطتين  $E$  و  $F$ .

ن 01

$$7\vec{GE} + 7\vec{GF} = \vec{0} \text{ معناه } [EF] \text{ مستقيمة } G \text{ منتصف القطعة المستقيمة } [EF] \text{ (2)}$$

$$\text{ لكن } 7\vec{GF} = 2\vec{GA} + 5\vec{GB} \text{ و } 7\vec{GE} = 3\vec{GC} + 4\vec{GD}$$

$$\text{ ومنه } 2\vec{GA} + 5\vec{GB} + 3\vec{GC} + 4\vec{GD} = \vec{0}$$

(3)  $M$  نقطة من المستوي و  $\vec{u}$  ،  $\vec{v}$  شعاعان حيث:

ن 0.5

$$\vec{u} = 2\vec{MA} + 5\vec{MB} + 3\vec{MC} + 4\vec{MD}$$

ن 0.5

$$\vec{v} = 2\vec{MA} + 5\vec{MB} - 3\vec{MC} - 4\vec{MD}$$

(أ) حسب خاصية التجميع: بدلالة  $\vec{u} = 14\vec{MG}$ .

$$\text{ ب) } \vec{v} = 2\vec{MA} + 5\vec{MB} - 3\vec{MC} - 4\vec{MD} = 7\vec{MF} - 7\vec{ME} = 7\vec{EF}$$

ن 01

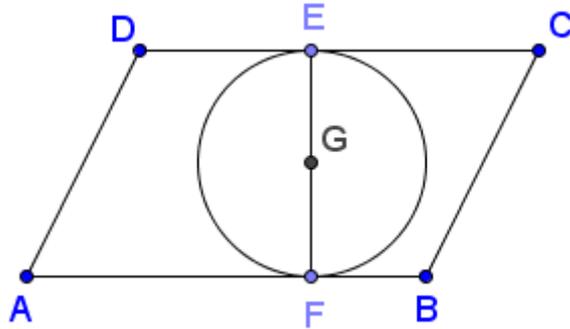
$$(4) \|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| \text{ تكافئ } 14MG = 7EF \text{ أي } MG = \frac{EF}{2}$$

ن 0.5

ومنه مجموعة النقط هي الدائرة التي مركزها  $G$  ونصف قطرها  $\frac{EF}{2}$

أي هي الدائرة التي قطرها  $[EF]$ .

الإنشاء:

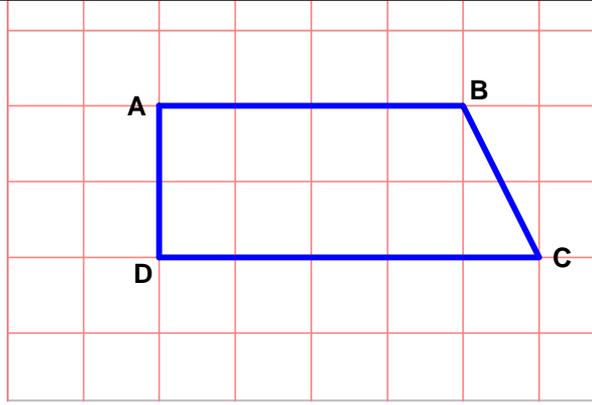


التمرين

الرابع

ن 04

$ABCD$  شبه منحرف حيث:  $AB = 4$ ،  $AD = 2$ ، و  $DC = 5$ .



01 ن

(1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}'$  حيث  $C'$  المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$ .

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC' = 4 \times 5 = 20 \text{ ومنه}$$

$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CB}'$  حيث  $B'$  المسقط العمودي للنقطة  $B$  على المستقيم  $(DC)$ .

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CB} = -DC \times CB' = -5 \times 1 = -5 \text{ ومنه}$$

$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB}'$  حيث  $B'$  المسقط العمودي للنقطة  $B$  على المستقيم  $(DC)$ .

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} = DC \times DB' = 5 \times 4 = 20 \text{ ومنه}$$

01 ن

$$\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CB} = 5 \quad (2)$$

$$\cos(\hat{DCB}) = \frac{\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}}{CD \times CB} = \frac{5}{5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ ومنه } \hat{DCB} \approx 63^\circ$$

02 ن

(3) برهان أن المستقيمين  $(CB)$  و  $(DB)$  متعامدان :

• باستخدام الشعاعين  $\overrightarrow{CB}$  و  $\overrightarrow{DB}$ .

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}^2$$

$$= \overrightarrow{DB}' \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}^2 = -20 + 20 = 0$$

ومنه  $(CB)$  و  $(DB)$  متعامدان .

• باستخدام الإحداثيات  $D(0;0)$  ،  $C(5;0)$  ،  $B(4;2)$

$$\overrightarrow{CB}(-1;2) \text{ و } \overrightarrow{DB}(4;2)$$

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CB} = 4 \times (-1) + 2 \times 2 = 0$$

ومنه  $(DB)$  و  $(CB)$  متعامدان .